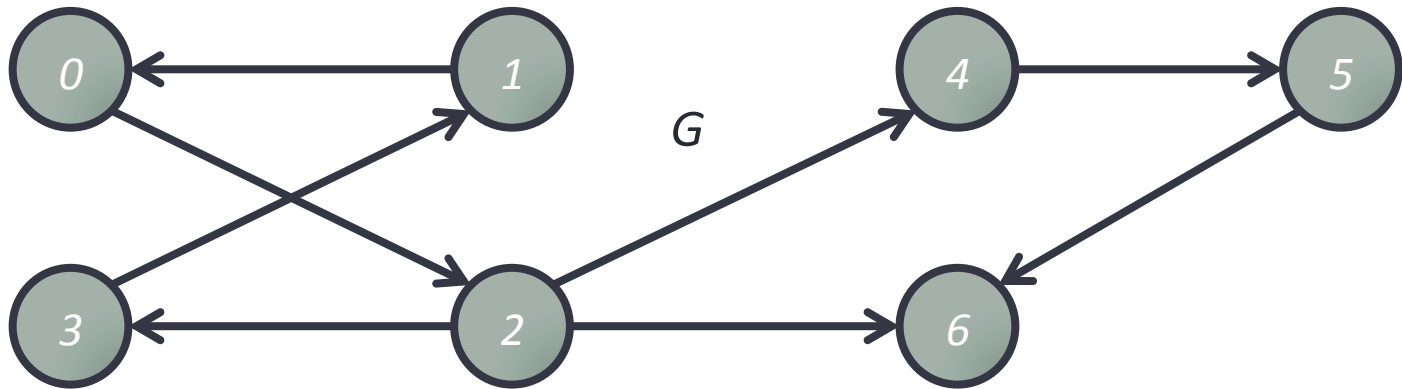


## Exercice (VII)

- Calculez la fermeture transitive du graphe orienté d'ordre 7,  $G$ , dessiné ci-dessous

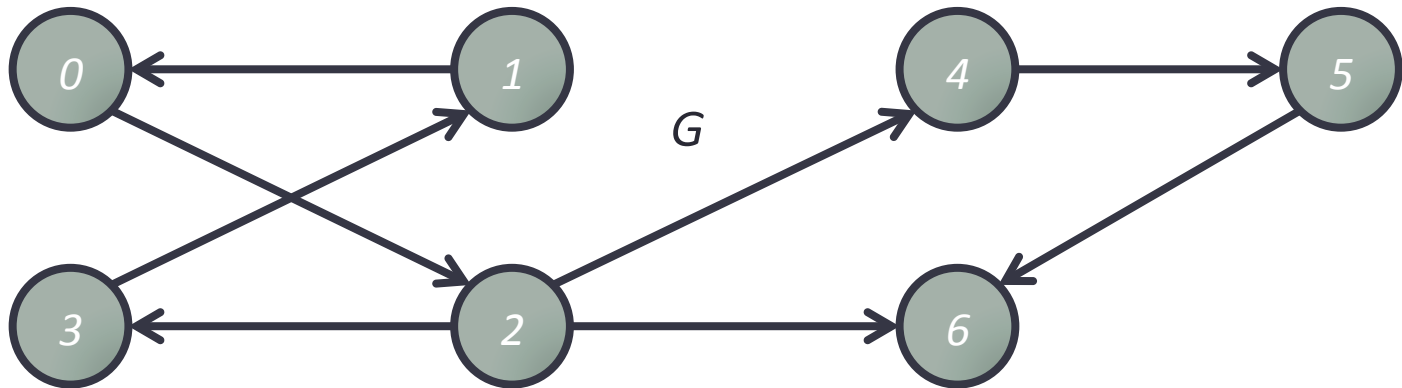


$$A^f =$$

	0	1	2	3	4	5	6
0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1	1
4	0	0	0	0	0	1	1
5	0	0	0	0	0	0	1
6	0	0	0	0	0	0	0

## Exercice (VII)

- Calculez la fermeture transitive du graphe orienté d'ordre 7,  $G$ , dessiné ci-dessous



- La fermeture transitive de  $G$  est décrite par  $A^f = A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5$
- On constate que tous les sommets sont accessibles depuis les sommets 0, 1, 2 et 3, mais qu'aucun sommet n'est accessible depuis le sommet 6
- Le graphe  $G$  n'est pas fortement connexe

# Parcourir un graphe

- Étant donné un graphe  $G = (V, E)$  et un sommet  $v \in V$ , un parcours consiste à visiter tous les sommets accessibles depuis  $v$ , en suivant les liens dans  $E$  et selon un certain ordre
  - Le sommet  $v$  est la **racine** du parcours
- Il existe deux principales manières de parcourir un graphe
  - Le **parcours en profondeur**
  - Le **parcours en largeur**
- Les parcours sont utilisés pour mettre en œuvre de nombreux algorithmes en théorie des graphes, *e.g.*
  - Pour déterminer l'existence d'un circuit ou d'un cycle dans un graphe
  - Pour identifier le chemin le plus court ou la chaîne la plus courte entre deux sommets
  - Pour déterminer si le graphe est biparti
  - Pour calculer les flots maximums

# Parcourir un graphe

- Étant donné un graphe  $G = (V, E)$  et un sommet  $v \in V$ , un parcours consiste à visiter tous les sommets accessibles depuis  $v$ , en suivant les liens dans  $E$  et selon un certain ordre
  - Le sommet  $v$  est la **racine** du parcours
- Il existe deux principales manières de parcourir un graphe
  - Le **parcours en profondeur**
  - Le **parcours en largeur**
- Lors du parcours d'un graphe, on distingue trois types de sommets, les sommets visités, les sommets découverts et les sommets non découverts, auxquels on associe trois couleurs
  - Noir : sommet visité
  - Gris : sommet découvert
  - Bleu : sommet non découvert

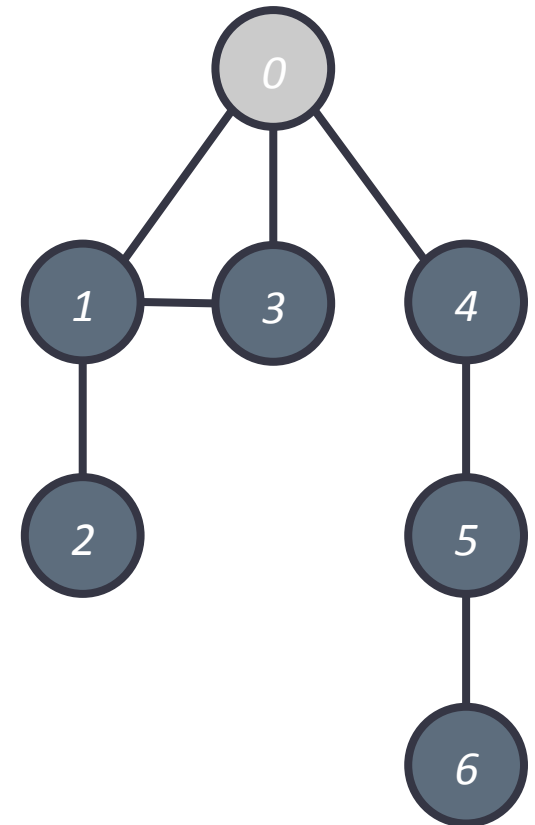
# Parcourir un graphe

- Principe du parcours en largeur
  - Étant donné un graphe  $G$  et la racine du parcours  $v$ , le parcours en largeur consiste à visiter d'abord les sommets à distance 1 de  $v$ , puis les sommets à distance 2, *etc.*
    - La distance entre les sommets  $a$  et  $b$  correspond à la longueur du plus court chemin/la plus courte chaîne entre  $a$  et  $b$  ( $+\infty$  si  $b$  n'est pas accessible)
  - Pour ce faire, on utilise une liste,  $L$ , que l'on met à jour au fur et à mesure du parcours pour décider des prochains sommets à visiter
- Algorithme du parcours en largeur
  - Initialement, aucun sommet n'est découvert, *i.e.* ils sont tous bleus
  - On ajoute  $v$  dans la liste  $L$  et on le colore en gris
  - Tant que  $L$  contient au moins un sommet, *i.e.* tant qu'il y a des sommets gris
    - Colorer le **premier** sommet de la liste  $L$  ( $v_p$ ) en noir, et le **retirer** de la liste
    - Colorer les voisins bleus de  $v_p$  en gris, et les ajouter à la **fin** de la liste  $L$

# Parcourir un graphe

- Parcours en largeur du graphe ci-contre, depuis la racine 0

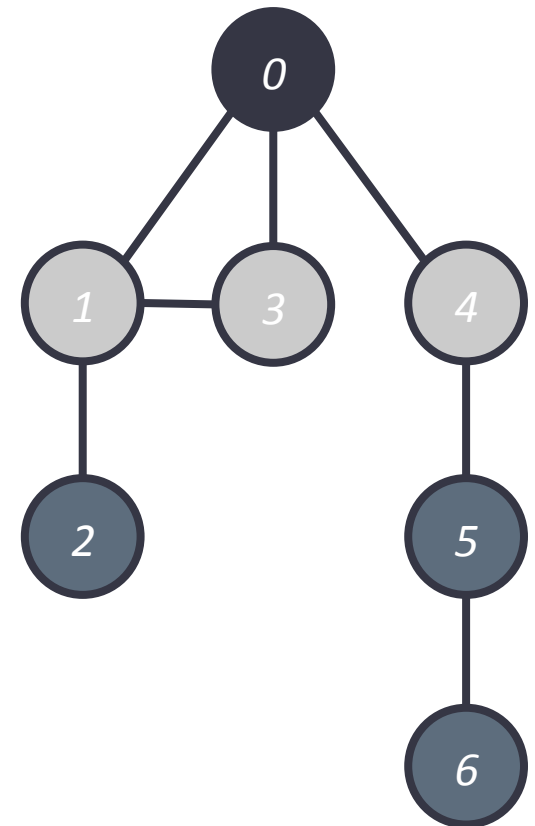
Sommets visités	Sommets découverts	Sommets non découverts
$\{\}$	$\{0\}$	$\{1,2,3,4,5,6\}$
$\{0\}$	$\{1,3,4\}$	$\{2,5,6\}$
$\{0,1\}$	$\{3,4,2\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,3\}$	$\{4,2\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,3,4\}$	$\{2,5\}$	$\{6\}$
$\{0,1,3,4,2\}$	$\{5\}$	$\{6\}$
$\{0,1,3,4,2,5\}$	$\{6\}$	$\{\}$
$\{0,1,3,4,2,5,6\}$	$\{\}$	$\{\}$



# Parcourir un graphe

- Parcours en largeur du graphe ci-contre, depuis la racine 0

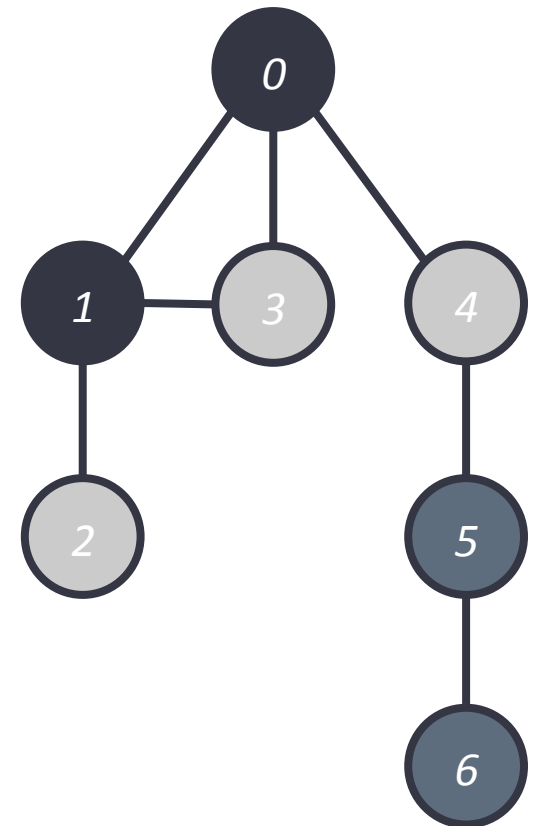
Sommets visités	Sommets découverts	Sommets non découverts
{}	{0}	{1,2,3,4,5,6}
{0}	{1,3,4}	{2,5,6}
{0,1}	{3,4,2}	{5,6}
{0,1,3}	{4,2}	{5,6}
{0,1,3,4}	{2,5}	{6}
{0,1,3,4,2}	{5}	{6}
{0,1,3,4,2,5}	{6}	{}
{0,1,3,4,2,5,6}	{}	{}



# Parcourir un graphe

- Parcours en largeur du graphe ci-contre, depuis la racine 0

Sommets visités	Sommets découverts	Sommets non découverts
$\{\}$	$\{0\}$	$\{1,2,3,4,5,6\}$
$\{0\}$	$\{1,3,4\}$	$\{2,5,6\}$
$\{0,1\}$	$\{3,4,2\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,3\}$	$\{4,2\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,3,4\}$	$\{2,5\}$	$\{6\}$
$\{0,1,3,4,2\}$	$\{5\}$	$\{6\}$
$\{0,1,3,4,2,5\}$	$\{6\}$	$\{\}$
$\{0,1,3,4,2,5,6\}$	$\{\}$	$\{\}$

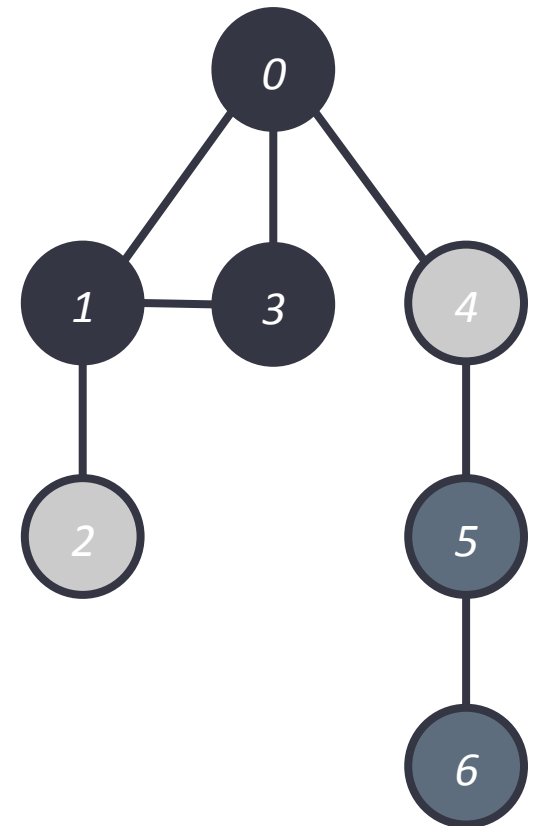




# Parcourir un graphe

- Parcours en largeur du graphe ci-contre, depuis la racine 0

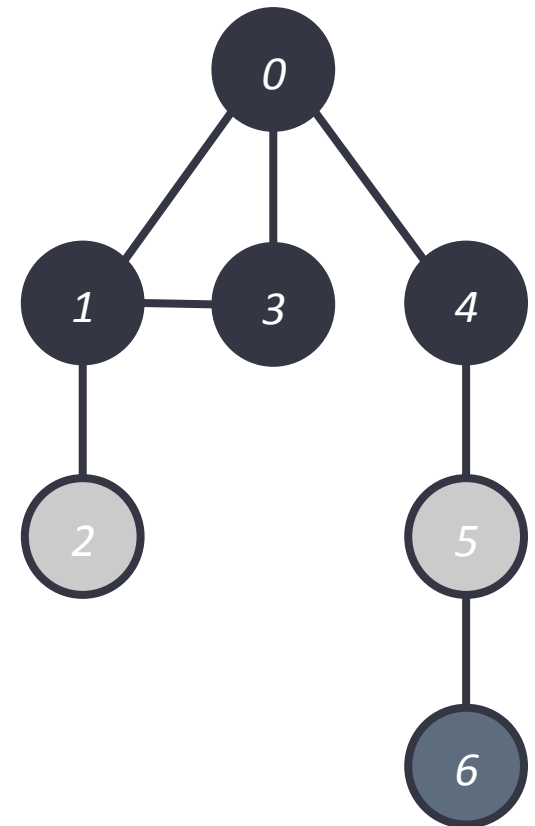
Sommets visités	Sommets découverts	Sommets non découverts
$\{\}$	$\{0\}$	$\{1,2,3,4,5,6\}$
$\{0\}$	$\{1,3,4\}$	$\{2,5,6\}$
$\{0,1\}$	$\{3,4,2\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,3\}$	$\{4,2\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,3,4\}$	$\{2,5\}$	$\{6\}$
$\{0,1,3,4,2\}$	$\{5\}$	$\{6\}$
$\{0,1,3,4,2,5\}$	$\{6\}$	$\{\}$
$\{0,1,3,4,2,5,6\}$	$\{\}$	$\{\}$



# Parcourir un graphe

- Parcours en largeur du graphe ci-contre, depuis la racine 0

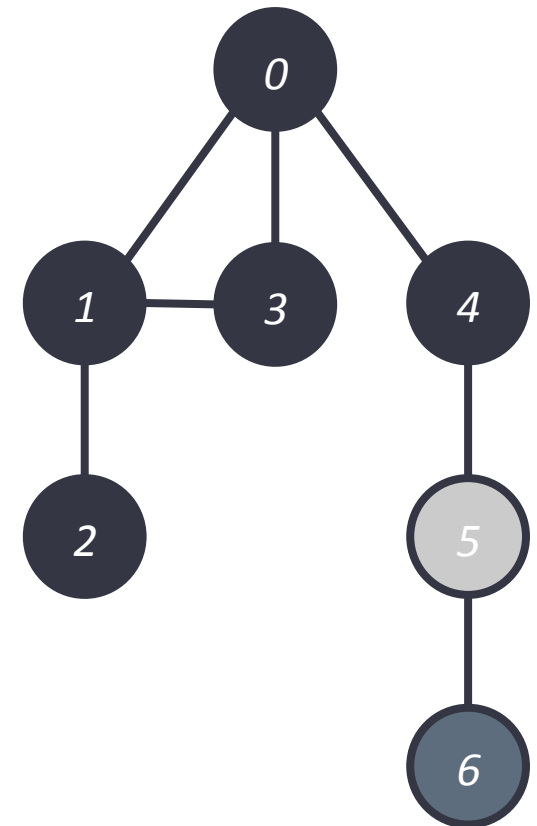
Sommets visités	Sommets découverts	Sommets non découverts
$\{\}$	$\{0\}$	$\{1,2,3,4,5,6\}$
$\{0\}$	$\{1,3,4\}$	$\{2,5,6\}$
$\{0,1\}$	$\{3,4,2\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,3\}$	$\{4,2\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,3,4\}$	$\{2,5\}$	$\{6\}$
$\{0,1,3,4,2\}$	$\{5\}$	$\{6\}$
$\{0,1,3,4,2,5\}$	$\{6\}$	$\{\}$
$\{0,1,3,4,2,5,6\}$	$\{\}$	$\{\}$



# Parcourir un graphe

- Parcours en largeur du graphe ci-contre, depuis la racine 0

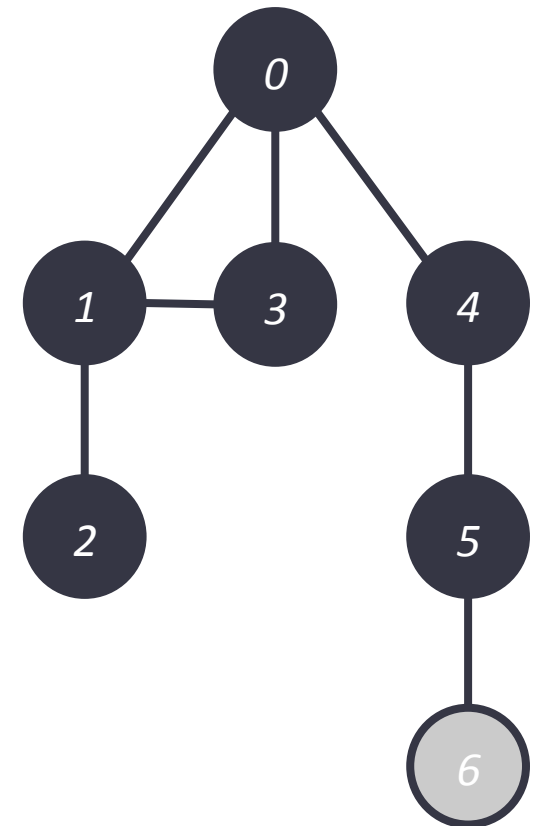
Sommets visités	Sommets découverts	Sommets non découverts
$\{\}$	$\{0\}$	$\{1,2,3,4,5,6\}$
$\{0\}$	$\{1,3,4\}$	$\{2,5,6\}$
$\{0,1\}$	$\{3,4,2\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,3\}$	$\{4,2\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,3,4\}$	$\{2,5\}$	$\{6\}$
$\{0,1,3,4,2\}$	$\{5\}$	$\{6\}$
$\{0,1,3,4,2,5\}$	$\{6\}$	$\{\}$
$\{0,1,3,4,2,5,6\}$	$\{\}$	$\{\}$



# Parcourir un graphe

- Parcours en largeur du graphe ci-contre, depuis la racine 0

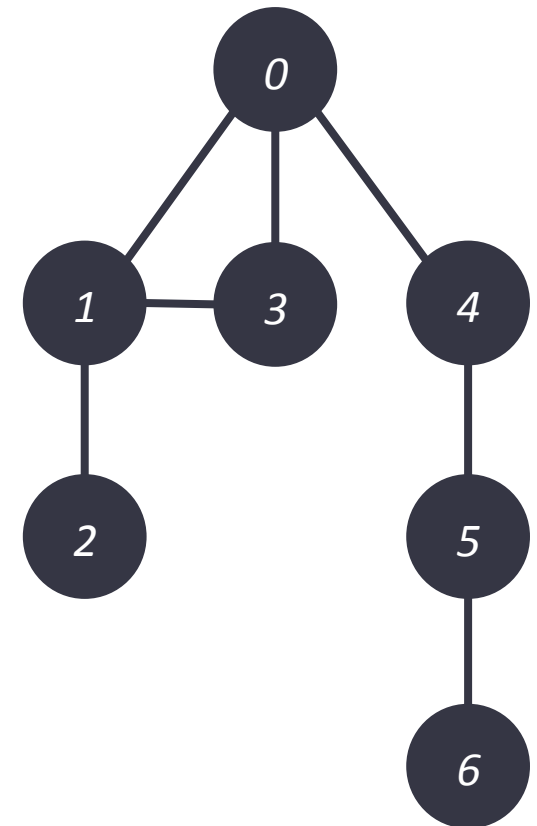
Sommets visités	Sommets découverts	Sommets non découverts
$\{\}$	$\{0\}$	$\{1,2,3,4,5,6\}$
$\{0\}$	$\{1,3,4\}$	$\{2,5,6\}$
$\{0,1\}$	$\{3,4,2\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,3\}$	$\{4,2\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,3,4\}$	$\{2,5\}$	$\{6\}$
$\{0,1,3,4,2\}$	$\{5\}$	$\{6\}$
$\{0,1,3,4,2,5\}$	$\{6\}$	$\{\}$
$\{0,1,3,4,2,5,6\}$	$\{\}$	$\{\}$



# Parcourir un graphe

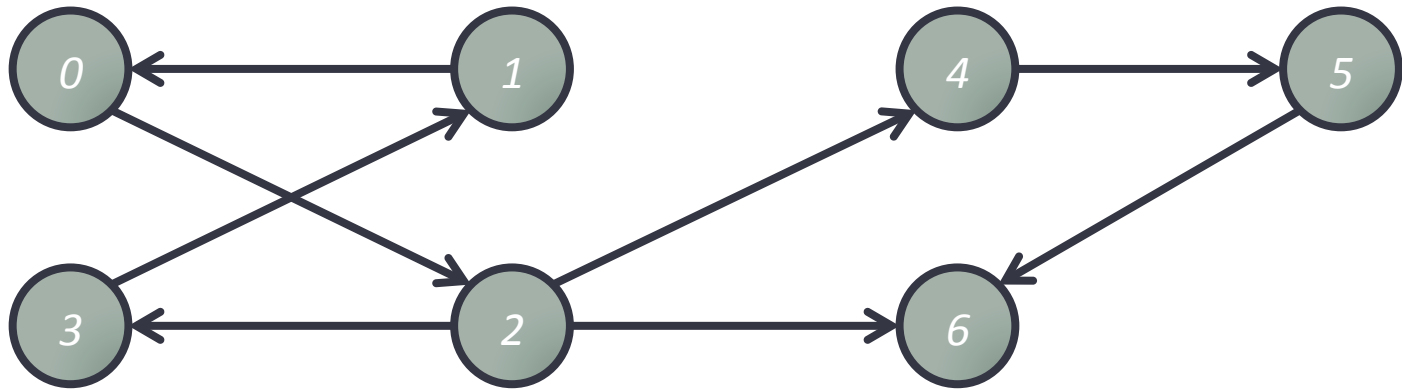
- Parcours en largeur du graphe ci-contre, depuis la racine 0

Sommets visités	Sommets découverts	Sommets non découverts
$\{\}$	$\{0\}$	$\{1,2,3,4,5,6\}$
$\{0\}$	$\{1,3,4\}$	$\{2,5,6\}$
$\{0,1\}$	$\{3,4,2\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,3\}$	$\{4,2\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,3,4\}$	$\{2,5\}$	$\{6\}$
$\{0,1,3,4,2\}$	$\{5\}$	$\{6\}$
$\{0,1,3,4,2,5\}$	$\{6\}$	$\{\}$
$\{0,1,3,4,2,5,6\}$	$\{\}$	$\{\}$



## Exercice (VIII)

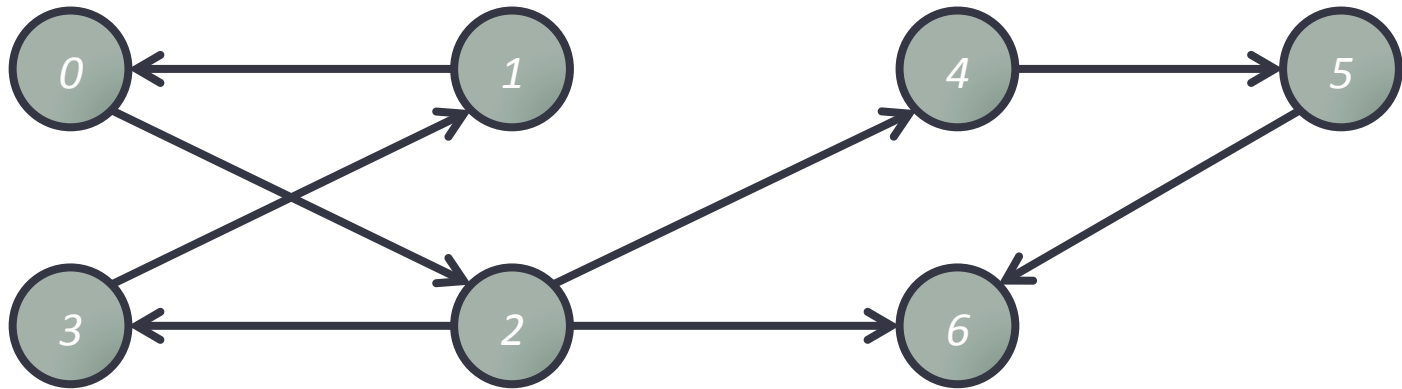
- Soit le graphe  $G$  dessiné ci-dessous



- Indiquez dans quel ordre le parcours en largeur à partir du sommet 3 visite les sommets de  $G$
- Indiquez dans quel ordre le parcours en largeur à partir du sommet 2 visite les sommets de  $G$

## Exercice (VIII)

- Soit le graphe  $G$  dessiné ci-dessous



- Indiquez dans quel ordre le parcours en largeur à partir du sommet 3 visite les sommets de  $G$ 
  - $\{3,1,0,2,4,6,5\}$
- Indiquez dans quel ordre le parcours en largeur à partir du sommet 2 visite les sommets de  $G$ 
  - $\{2,3,4,6,1,5,0\}$

# Parcourir un graphe

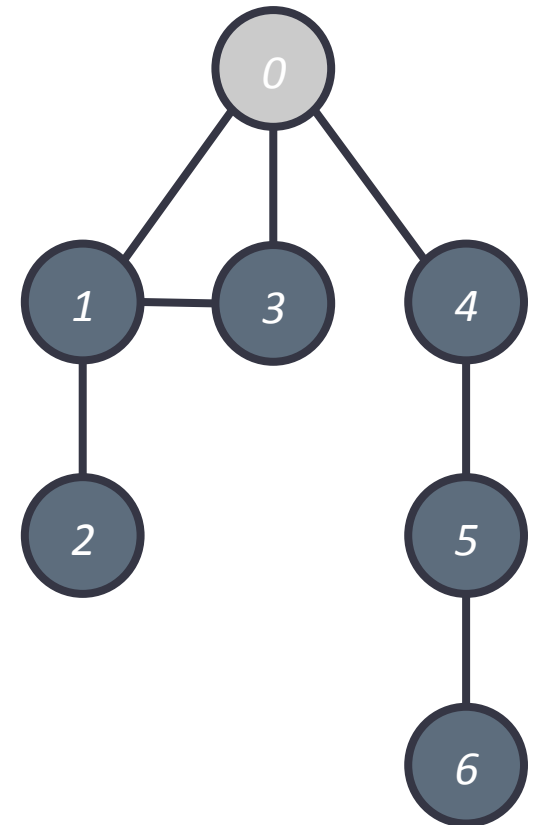
- Principe du parcours en profondeur
  - Étant donné un graphe  $G$  et la racine du parcours  $v$ , le parcours en profondeur consiste à visiter les sommets les plus éloignés de  $v$  en priorité.
  - Par rapport au parcours en largeur, on insère les sommets gris au début de la liste  $L$ , et non à la fin
- Algorithme du parcours en profondeur
  - Initialement, aucun sommet n'est découvert, *i.e.* ils sont tous bleus
  - On ajoute  $v$  dans la liste  $L$  et on le colore en gris
  - Tant que  $L$  contient au moins un sommet, *i.e.* tant qu'il y a des sommets gris
    - Colorer le **dernier** sommet de la liste  $L$  ( $v_d$ ) en noir, et le **retirer** de la liste
    - Colorer les voisins bleus de  $v_d$  en gris, et les ajouter à la fin de la liste  $L$



# Parcourir un graphe

- Parcours en profondeur du graphe ci-contre, depuis la racine 0

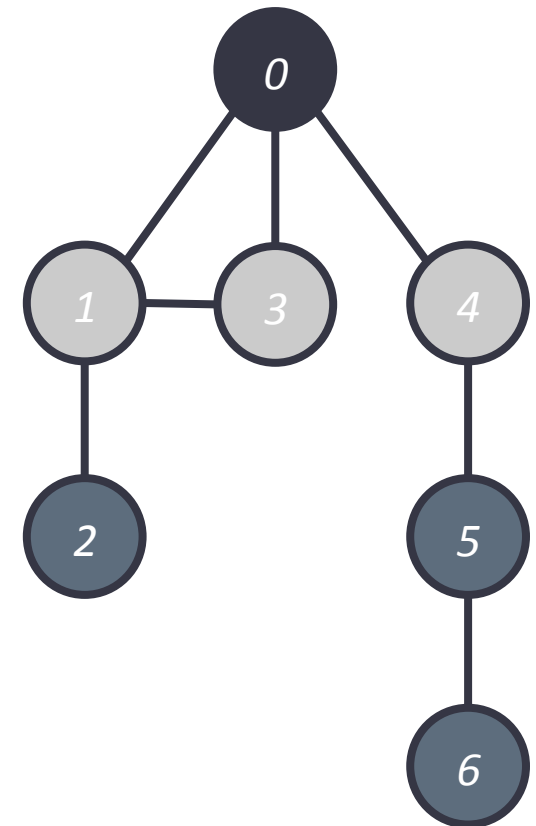
Sommets visités	Sommets découverts	Sommets non découverts
$\{\}$	$\{0\}$	$\{1,2,3,4,5,6\}$
$\{0\}$	$\{4,3,1\}$	$\{2,5,6\}$
$\{0,1\}$	$\{4,3,2\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2\}$	$\{4,3\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2,3\}$	$\{4\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2,3,4\}$	$\{5\}$	$\{6\}$
$\{0,1,2,3,4,5\}$	$\{6\}$	$\{\}$
$\{0,1,2,3,4,5,6\}$	$\{\}$	$\{\}$



# Parcourir un graphe

- Parcours en profondeur du graphe ci-contre, depuis la racine 0

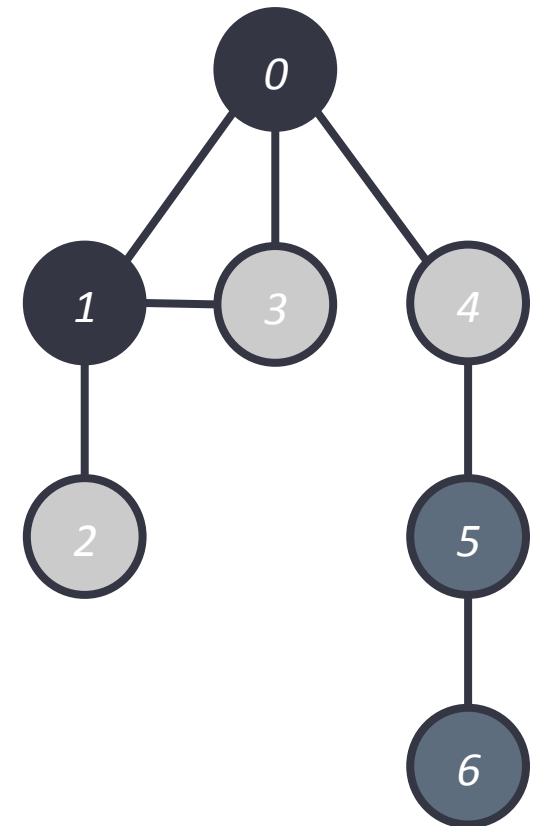
Sommets visités	Sommets découverts	Sommets non découverts
$\{\}$	$\{0\}$	$\{1,2,3,4,5,6\}$
$\{0\}$	$\{4,3,1\}$	$\{2,5,6\}$
$\{0,1\}$	$\{4,3,2\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2\}$	$\{4,3\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2,3\}$	$\{4\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2,3,4\}$	$\{5\}$	$\{6\}$
$\{0,1,2,3,4,5\}$	$\{6\}$	$\{\}$
$\{0,1,2,3,4,5,6\}$	$\{\}$	$\{\}$



# Parcourir un graphe

- Parcours en profondeur du graphe ci-contre, depuis la racine 0

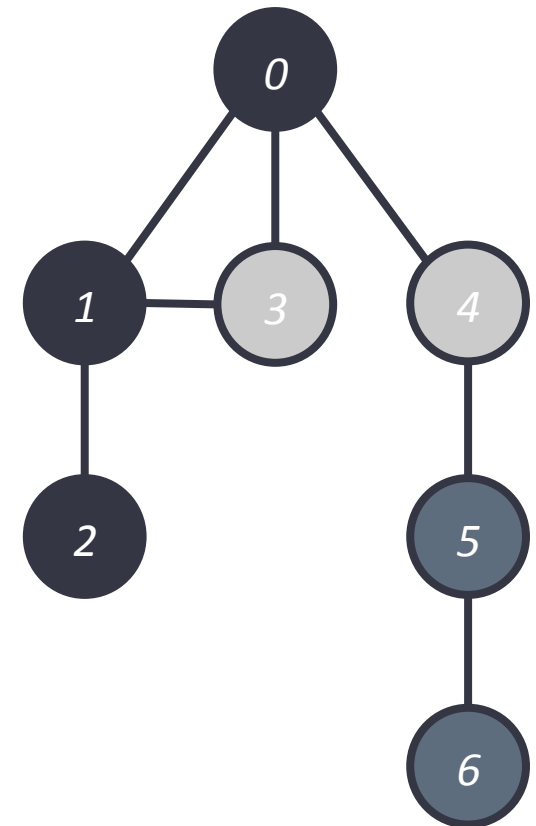
Sommets visités	Sommets découverts	Sommets non découverts
$\{\}$	$\{0\}$	$\{1,2,3,4,5,6\}$
$\{0\}$	$\{4,3,1\}$	$\{2,5,6\}$
$\{0,1\}$	$\{4,3,2\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2\}$	$\{4,3\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2,3\}$	$\{4\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2,3,4\}$	$\{5\}$	$\{6\}$
$\{0,1,2,3,4,5\}$	$\{6\}$	$\{\}$
$\{0,1,2,3,4,5,6\}$	$\{\}$	$\{\}$



# Parcourir un graphe

- Parcours en profondeur du graphe ci-contre, depuis la racine 0

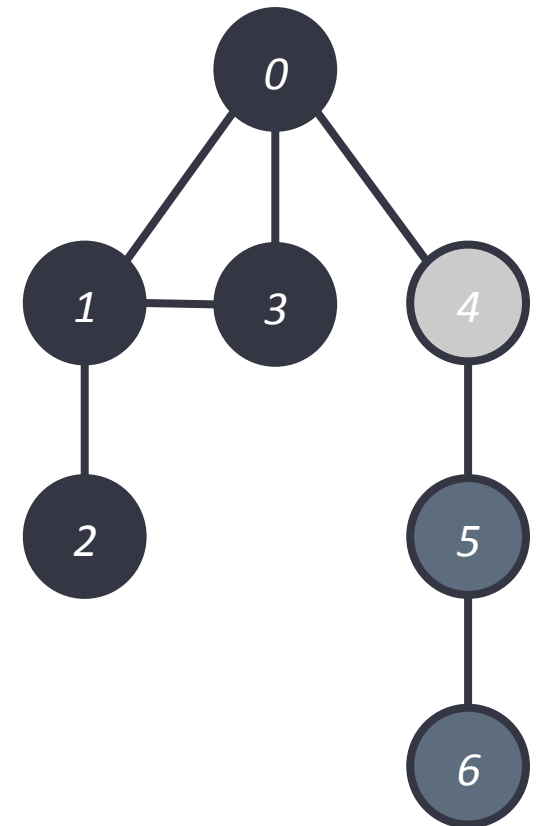
Sommets visités	Sommets découverts	Sommets non découverts
$\{\}$	$\{0\}$	$\{1,2,3,4,5,6\}$
$\{0\}$	$\{4,3,1\}$	$\{2,5,6\}$
$\{0,1\}$	$\{4,3,2\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2\}$	$\{4,3\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2,3\}$	$\{4\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2,3,4\}$	$\{5\}$	$\{6\}$
$\{0,1,2,3,4,5\}$	$\{6\}$	$\{\}$
$\{0,1,2,3,4,5,6\}$	$\{\}$	$\{\}$



# Parcourir un graphe

- Parcours en profondeur du graphe ci-contre, depuis la racine 0

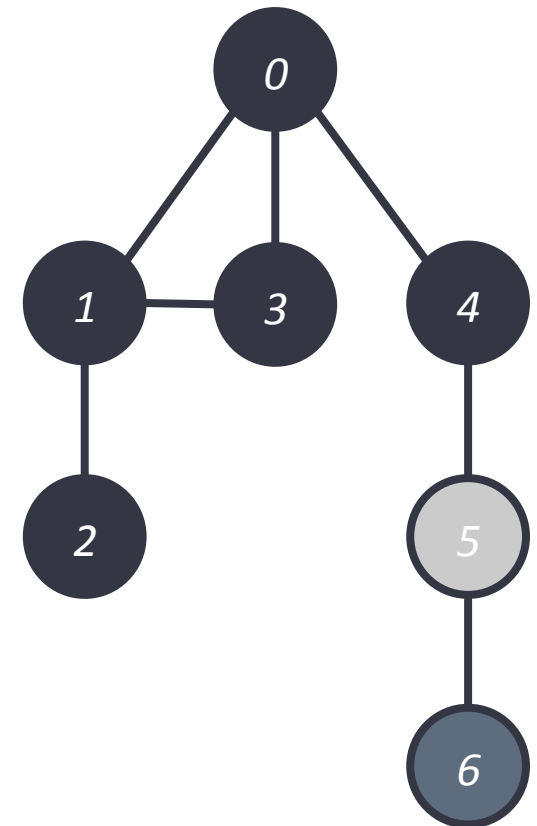
Sommets visités	Sommets découverts	Sommets non découverts
$\{\}$	$\{0\}$	$\{1,2,3,4,5,6\}$
$\{0\}$	$\{4,3,1\}$	$\{2,5,6\}$
$\{0,1\}$	$\{4,3,2\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2\}$	$\{4,3\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2,3\}$	$\{4\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2,3,4\}$	$\{5\}$	$\{6\}$
$\{0,1,2,3,4,5\}$	$\{6\}$	$\{\}$
$\{0,1,2,3,4,5,6\}$	$\{\}$	$\{\}$



# Parcourir un graphe

- Parcours en profondeur du graphe ci-contre, depuis la racine 0

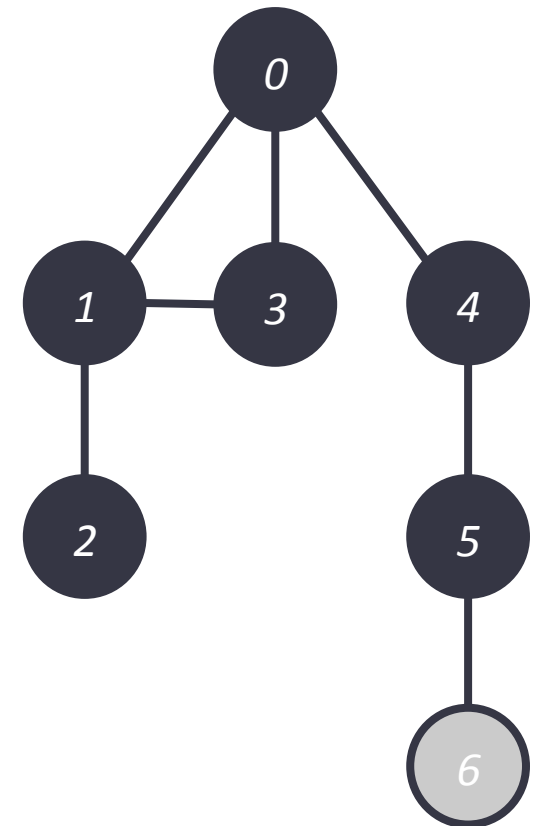
Sommets visités	Sommets découverts	Sommets non découverts
$\{\}$	$\{0\}$	$\{1,2,3,4,5,6\}$
$\{0\}$	$\{4,3,1\}$	$\{2,5,6\}$
$\{0,1\}$	$\{4,3,2\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2\}$	$\{4,3\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2,3\}$	$\{4\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2,3,4\}$	$\{5\}$	$\{6\}$
$\{0,1,2,3,4,5\}$	$\{6\}$	$\{\}$
$\{0,1,2,3,4,5,6\}$	$\{\}$	$\{\}$



# Parcourir un graphe

- Parcours en profondeur du graphe ci-contre, depuis la racine 0

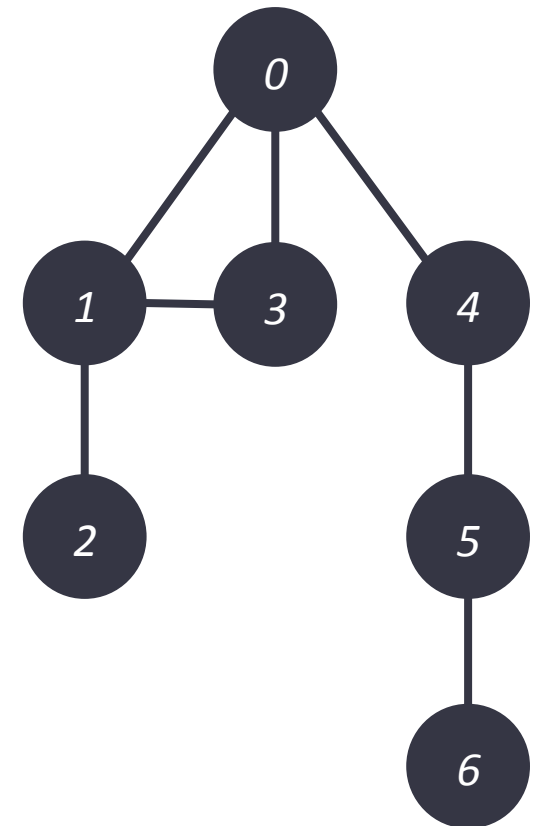
Sommets visités	Sommets découverts	Sommets non découverts
$\{\}$	$\{0\}$	$\{1,2,3,4,5,6\}$
$\{0\}$	$\{4,3,1\}$	$\{2,5,6\}$
$\{0,1\}$	$\{4,3,2\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2\}$	$\{4,3\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2,3\}$	$\{4\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2,3,4\}$	$\{5\}$	$\{6\}$
$\{0,1,2,3,4,5\}$	$\{6\}$	$\{\}$
$\{0,1,2,3,4,5,6\}$	$\{\}$	$\{\}$



# Parcourir un graphe

- Parcours en profondeur du graphe ci-contre, depuis la racine 0

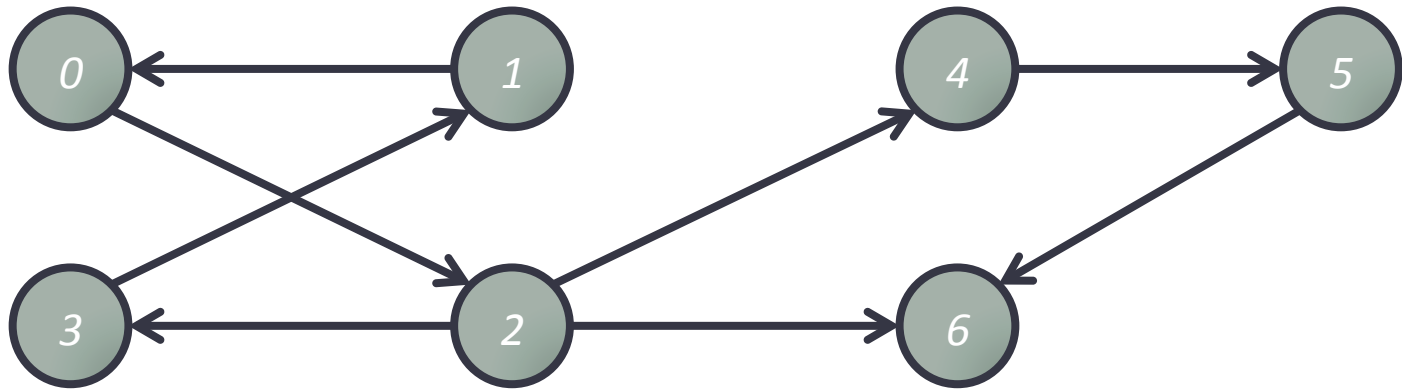
Sommets visités	Sommets découverts	Sommets non découverts
$\{\}$	$\{0\}$	$\{1,2,3,4,5,6\}$
$\{0\}$	$\{4,3,1\}$	$\{2,5,6\}$
$\{0,1\}$	$\{4,3,2\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2\}$	$\{4,3\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2,3\}$	$\{4\}$	$\{5,6\}$
$\{0,1,2,3,4\}$	$\{5\}$	$\{6\}$
$\{0,1,2,3,4,5\}$	$\{6\}$	$\{\}$
$\{0,1,2,3,4,5,6\}$	$\{\}$	$\{\}$





## Exercice (IX)

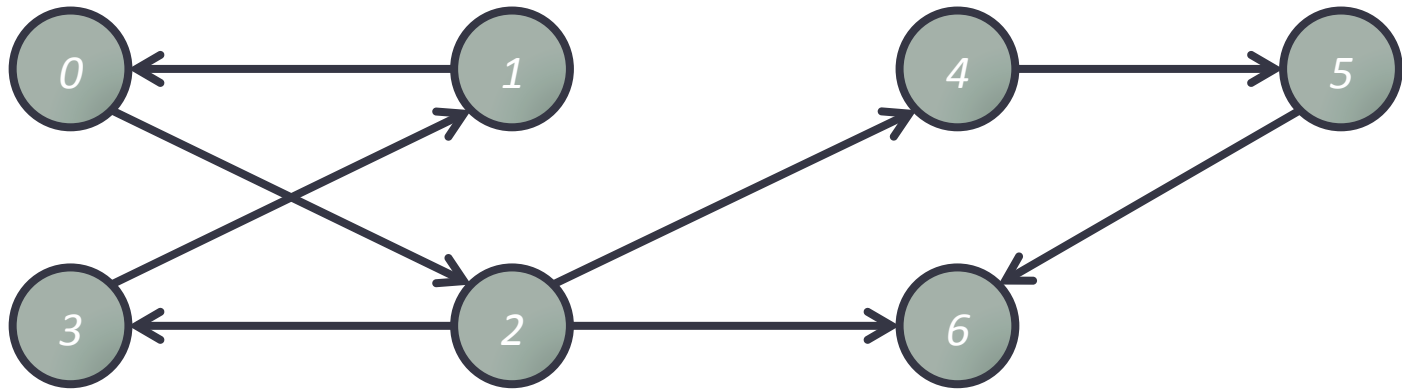
- Soit le graphe  $G$  dessiné ci-dessous



- Indiquez dans quel ordre le parcours en profondeur à partir du sommet 3 visite les sommets de  $G$
- Indiquez dans quel ordre le parcours en profondeur à partir du sommet 2 visite les sommets de  $G$

## Exercice (IX)

- Soit le graphe  $G$  dessiné ci-dessous



- Indiquez dans quel ordre le parcours en profondeur à partir du sommet 3 visite les sommets de  $G$ 
  - $\{3,1,0,2,4,5,6\}$
- Indiquez dans quel ordre le parcours en profondeur à partir du sommet 2 visite les sommets de  $G$ 
  - $\{2,3,1,0,4,5,6\}$

## TP (II)

- À partir du programme python que vous avez déjà conçu, écrivez les fonctions permettant de parcourir en largeur ou en profondeur, à partir d'une racine donnée

- Extrait de la fonction permettant le parcours en largeur

```
def parcoursEnLargeur(racine) :
```

```
    # Initialisation
```

```
    L = [racine]
```

```
    parcours = []
```

```
    # Visite des sommets accessible depuis la racine
```

```
    while len(L) > 0 :
```

```
        prochainSommetVisité = L.pop(0)
```

```
        ...
```